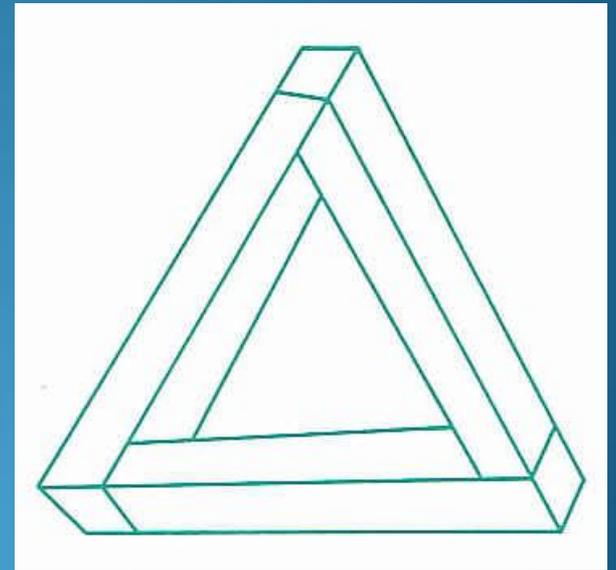
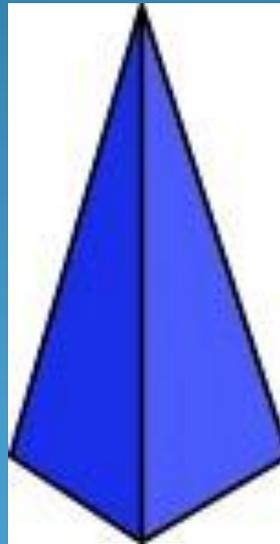
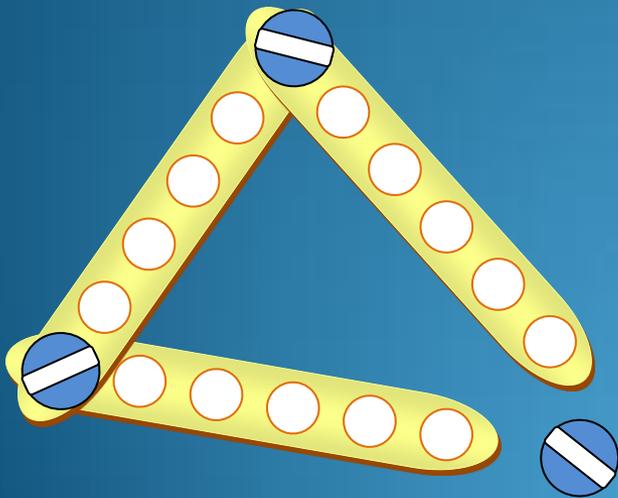


Les formes à trois côtés: LES TRIANGLES

Par Clément en vacances sur la Côte d'Azur
Le 26 décembre 2010



Les formes à trois côtés

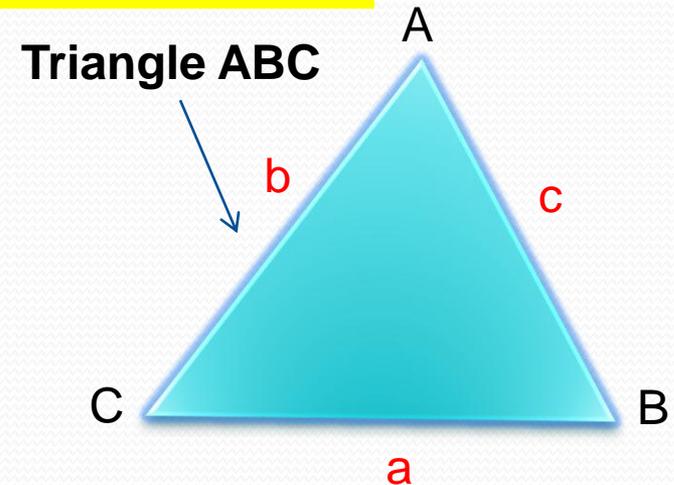
Le triangle possède: trois **sommets**, trois **angles** et trois **côtés**.

Les trois côtés sont:

- **AB** dont la longueur est **c**,
- **BC** dont la longueur est **a**, et
- **CA** dont la longueur est **b**.

Le **TRIPLE** c'est trois fois
Le **TRICYCLE** a trois roues.
Le **TRIANGLE** a trois angles et trois côtés.

Il existe de nombreuses formes de triangles



Les formes à trois côtés

Côtés de même longueur

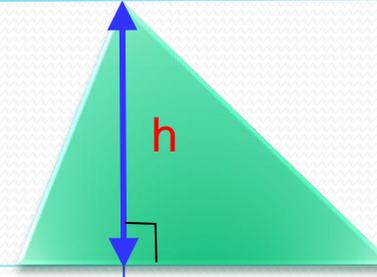
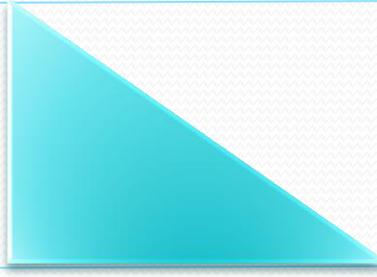
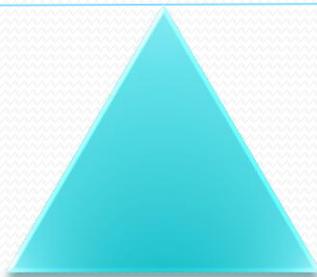
3

Angle droit

1

Rien de spécial

2



Équilatéral

Isocèle

Rectangle

Quelconque

Quelconque

La longueur h (en bleu) s'appelle la **hauteur** du triangle.

La **hauteur** est le segment perpendiculaire à un côté et qui passe par le sommet opposé au côté.

Il y a **trois** sommets,
alors il y a **trois** hauteurs dans un triangle

Périmètre de triangle

Le piéton fait le tour de la pyramide.

- En partant de A, il va vers B et parcourt **50 m**;
- Puis de B vers C, il fait **70 m**; et
- Il termine en revenant vers A en parcourant **60 m**.

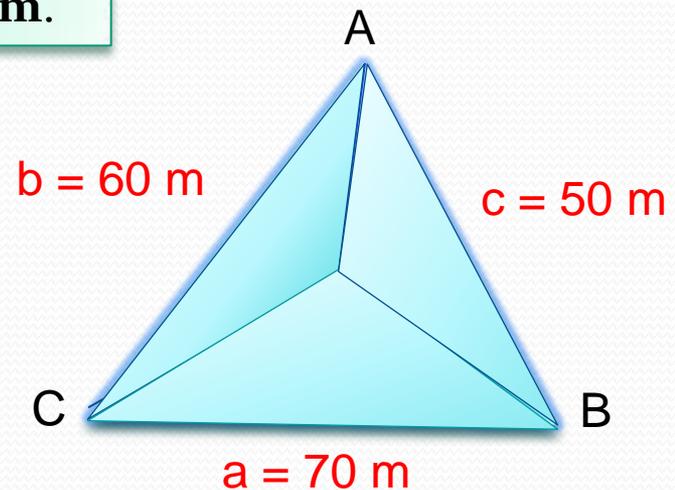
Le circuit autour du pied de la pyramide forme un triangle. Ce circuit mesure:

$$50 + 70 + 60 = 180 \text{ m}$$

Le **périmètre (P)** du triangle est égal à la somme des longueurs de ses côtés:

$$P = a + b + c$$

Exemple: si $a = 10 \text{ cm}$, $b = 14 \text{ cm}$ et $c = 7 \text{ cm}$, alors $P = 10 + 14 + 7 = 31 \text{ cm}$.
Le périmètre de ce triangle mesure 31 centimètres.



Surface (aire) du triangle

En général, il n'est pas possible de disposer des carreaux pour couvrir exactement le triangle. Alors comment calculer la surface du triangle?

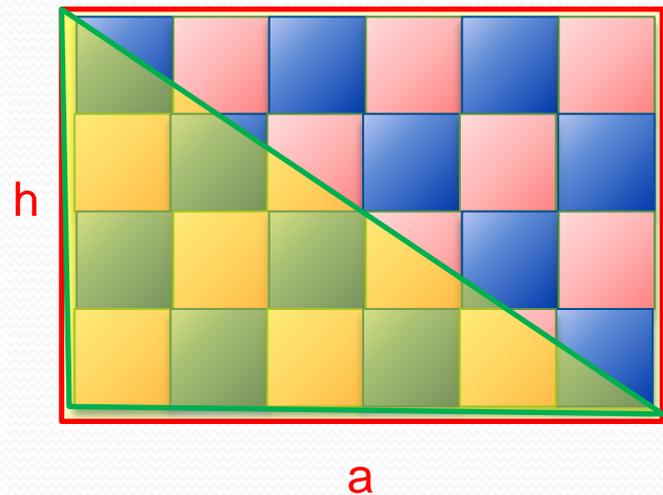
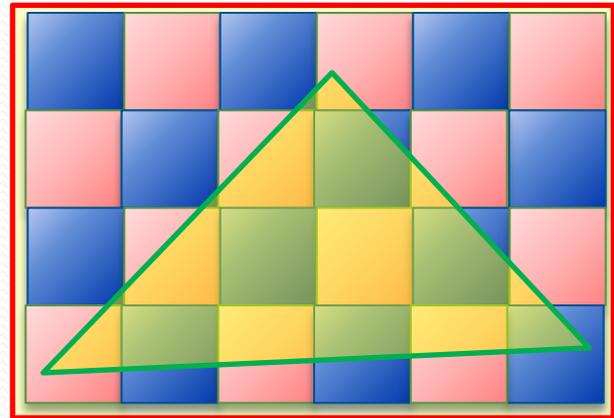
L'astuce, c'est de prendre un **triangle rectangle**. Parce que dans un **rectangle**, on peut y mettre **deux fois** le triangle rectangle.

La **surface** du triangle rectangle est égale à la moitié de celle du rectangle:

$$S = \frac{1}{2} \times a \times h$$

Exemple: si $a = 20$ m et $h = 5$ m,
alors $S = \frac{1}{2} \times 20 \times 5 = 50$ m².

La surface de ce triangle rectangle vaut 50 mètres **carrés**.



Surface (aire) du triangle (suite)

Pour le triangle quelconque, on dessine une hauteur (*trait bleu foncé*) qui partage le triangle en deux triangles rectangles: un petit et un plus grand

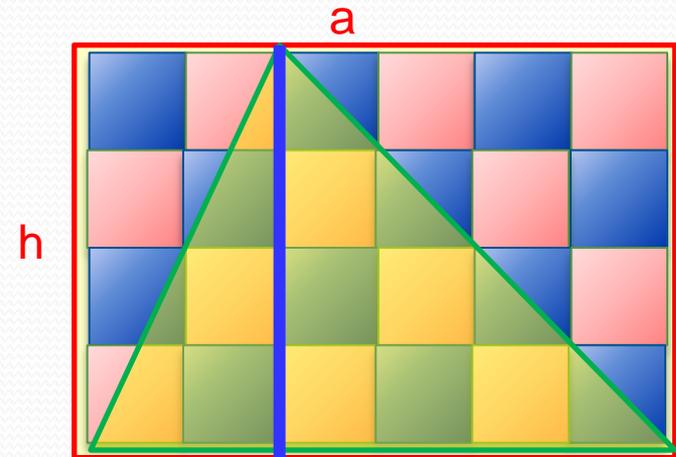
Dans un **rectangle**, on peut placer **deux fois** le petit triangle rectangle et **deux fois** le grand triangle rectangle.

La **surface** du triangle rectangle est égale à la moitié de celle du rectangle:

$$S = \frac{1}{2} \times a \times h$$

Exemple: si $a = 20 \text{ m}$ et $h = 5 \text{ m}$,
alors $S = \frac{1}{2} \times 20 \times 5 = 50 \text{ m}^2$.

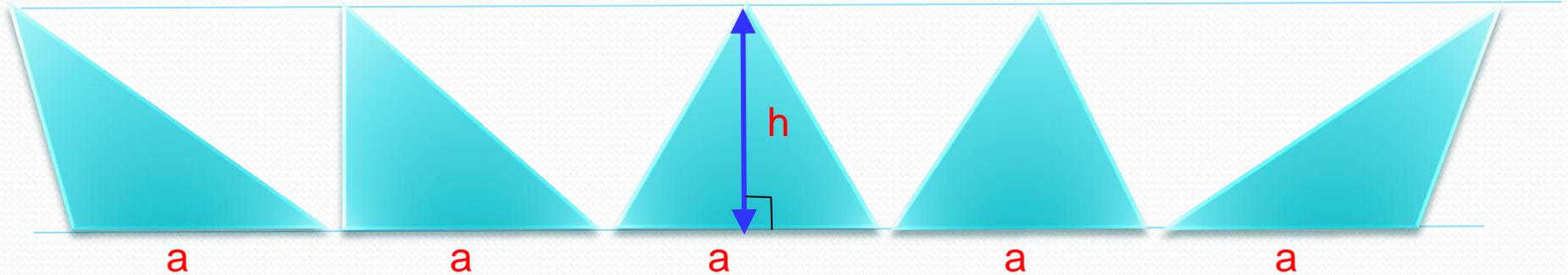
La surface de ce triangle rectangle vaut 50 mètres **carrés**.



Le triangle complet couvre la **moitié** de la surface du rectangle

Surfaces identiques

Extraordinaire!



Tous ces triangles ont la même hauteur (h)
et un côté qui mesure la même chose (a).

alors,

Leur surface est la même:

$$S = \frac{1}{2} \times a \times h$$

Les 3 hauteurs du triangle

La hauteur est le segment perpendiculaire à un côté et qui passe par le sommet opposé.

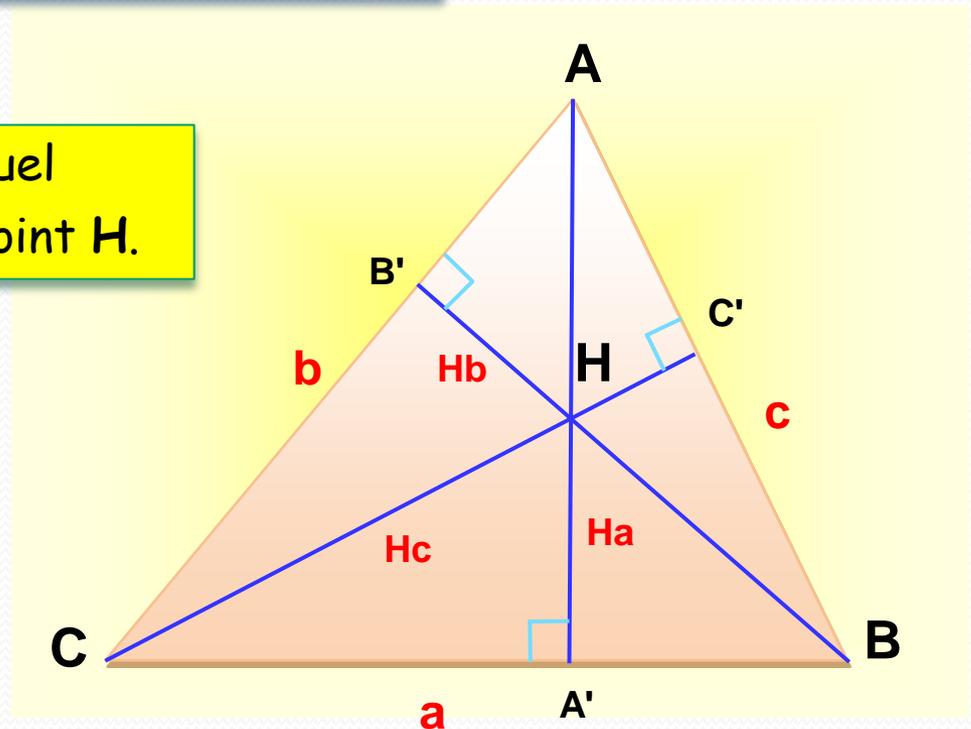
Les trois hauteurs de n'importe quel triangle se coupent en un même point H .

Avec chacune des hauteurs, il est possible de calculer la surface du triangle:

$$S = \frac{1}{2} \times H_a \times a$$

$$S = \frac{1}{2} \times H_b \times b$$

$$S = \frac{1}{2} \times H_c \times c$$



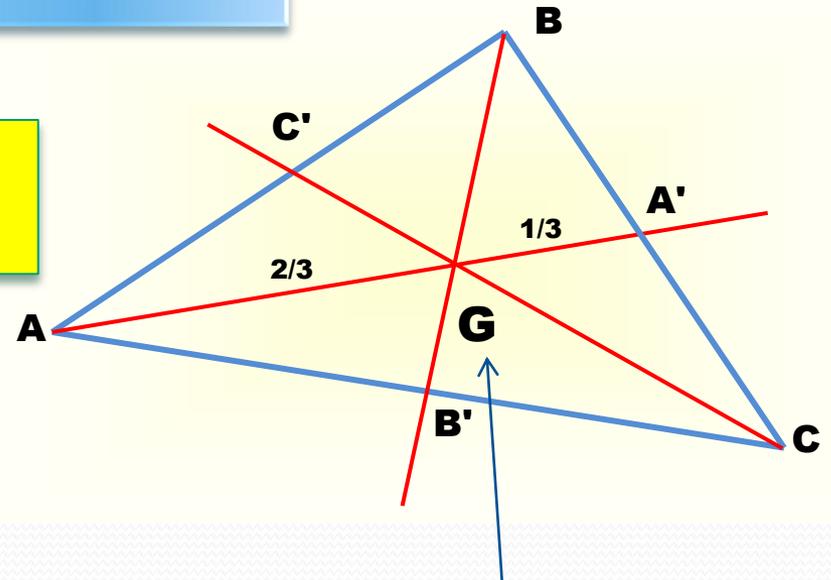
Les 3 médianes du triangle

La médiane est le segment qui joint un sommet au milieu du côté opposé.

Les trois médianes de n'importe quel triangle se coupent en un même point **G**.

Le point **G** est le **centre de gravité** du triangle. Si je découpe le triangle dans un bout de carton et que je pose le point **G** sur la pointe d'un crayon, le triangle en carton tient **en équilibre**.

Sur chaque médiane, le centre de gravité **G** est à une distance de deux tiers du sommet et un tiers de l'autre côté.



Le point **G** est le centre de l'équilibre du triangle: le **centre de gravité**.

Les 3 médiatrices du triangle

La médiatrice est la perpendiculaire à un segment en son milieu

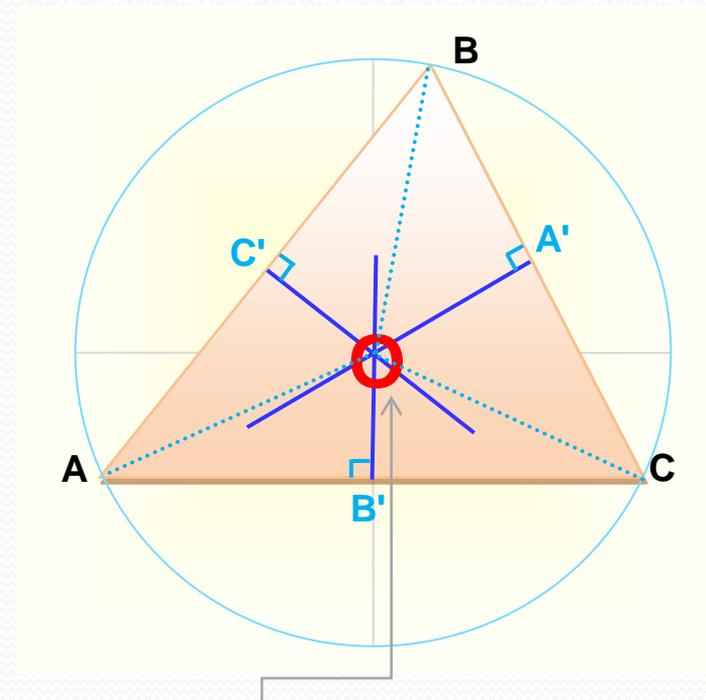
Les trois **médiatrices** de n'importe quel triangle se coupent en un même point **O**.

Le point **O** est le **centre du cercle** qui entoure le triangle.

Les sommets A, B et C sont sur le cercle de centre O.

Les distances du point **O** aux trois sommets sont égales.

Normal, c'est le rayon du cercle.



Le point **O** est le centre du cercle qui passe par **A, B et C**.

Le triangle rectangle magique

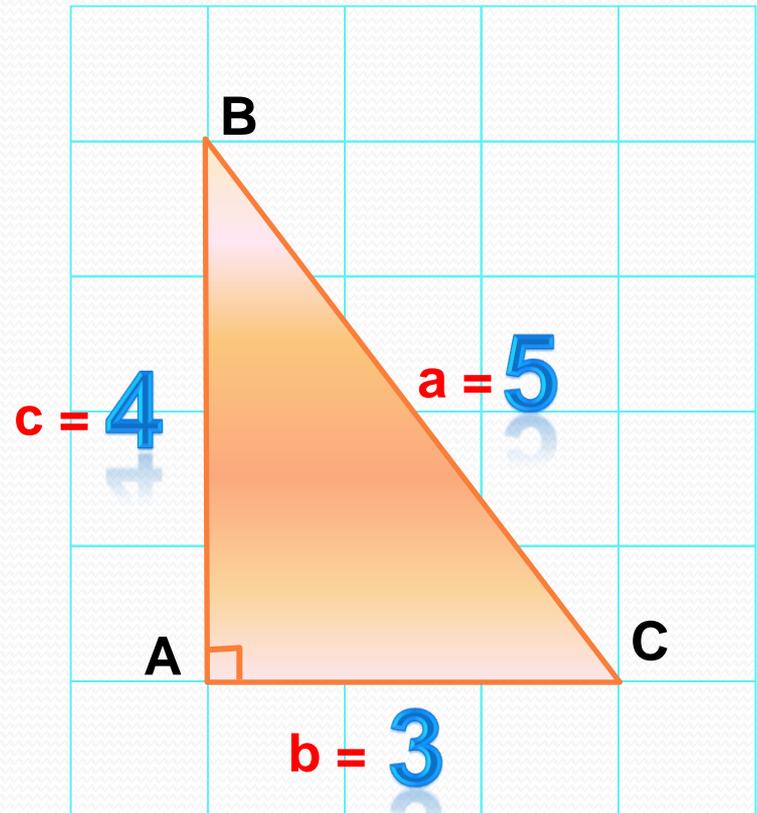
On dessine un triangle rectangle en A.
Les côtés de l'angle droit mesurent 3 cm et 4 cm.

Quelle est la longueur du 3^e côté, celui qui est penché et qui s'appelle l'**hypoténuse**?
En mesurant, on trouve 5 cm.

C'est magique! C'est un triangle 3, 4, 5.

Faisons les deux calculs suivants:

$$\begin{aligned} 3 \times 3 + 4 \times 4 &= 9 + 16 = 25 \\ 5 \times 5 &= 25 \end{aligned}$$



Pour tous les triangles rectangles: $a^2 = b^2 + c^2$

C'est Pythagore qui a trouvé cette formule en 500 avant Jésus-Christ.

Le vocabulaire de la géométrie

Ce que nous savons maintenant:

Triangle: forme qui a trois côtés et aussi trois angles et trois sommets.

Triangle rectangle: triangle qui a un angle droit. C'est la moitié d'un rectangle.

Triangle isocèle: triangle qui a DEUX côtés égaux, et deux angles égaux.

Triangle équilatéral: triangle qui a TROIS côtés égaux, et trois angles égaux.

Hypoténuse: côté penché du triangle rectangle. C'est le côté le plus long du triangle rectangle.

Hauteur: segment perpendiculaire à un côté qui passe par le sommet opposé.

Médiatrice: segment perpendiculaire à un côté en son milieu.

Médiane: segment qui part d'un sommet pour rejoindre le milieu du côté opposé.

Centre de gravité: c'est le point d'équilibre d'un triangle. C'est le point où se coupent les médianes.

Rayon du cercle: segment qui joint le centre du cercle à n'importe quel point du rond.